**Departamento de Matemáticas** *Universidad de Castilla-La Mancha*

**Prueba de acceso al Master Profesor de Secundaria-Matemáticas**

1. Resuelve la siguiente ecuación $\ln^2 x - 5\ln x = 6$.
2. Halla los coeficientes $a$ y $b$ de la función $f(x) = ax^2 + bx + 5$, de forma que tenga un mínimo en el punto $(1,3)$.
3. Calcula la siguiente integral impropia: $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{(x-1)^2}$
4. Calcula las dos derivadas parciales de la siguiente función de dos variables: $f(x,y) = \dfrac{e^{xy}}{\cos(x^2y + xy^2)}$
5. Estudia para qué valores reales de $\alpha$ la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2-\alpha \\ 0 & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ es diagonalizable.
6. Halla de forma numérica con la fórmula de Simpson el área comprendida entre el eje $x$, las rectas $x = 0$ y $x = 6$ y la función $f(x) = e^{-(x-3)^2}$.
7. La descomposición de cierta sustancia bajo la influencia de un catalizador viene dada por la ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-1}{1+2x}$$

donde $x(t)$ es la concentración de producto en el instante $t$ (medido en segundos).

   (a) Resuelve la ecuación diferencial.

   (b) Si para $t = 0$ la concentración inicial es $x(0) = 10$, determina la concentración al cabo de 1 minuto.

8. Para comprobar la calidad de una máquina que produce bolas de acero se ha estudiado el diámetro de las bolas que produce, llegándose a la conclusión de que la variable aleatoria $X$ = “diámetro (en mm) de una bola elegida al azar” sigue una distribución $N(10;1)$.

   (a) Calcula la probabilidad de que una bola tenga un diámetro mayor de 9 mm.

   (b) Calcula la probabilidad de que mida entre 7 y 9 mm.

Nota: los ejercicios del 1 al 6 y cada apartado de los ejercicios 7 y 8 valen 1 punto.